

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Косенок Сергей Михайлович
Должность: ректор
Дата подписания: 15.06.2026 11:07:42
Уникальный программный ключ:
e3a68f3eaa1e62674b54f4998099d3d6bfdcf836

Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

«Финансовая математика»

Квалификация выпускника	бакалавр
Направление подготовки	01.03.02 <i>шифр</i> Прикладная математика информатика <i>наименование</i>
Направленность (профиль)	Технология программирования и анализ данных <i>наименование</i>
Форма обучения	очная <i>наименование</i>
Кафедра- разработчик	Прикладная математика <i>наименование</i>
Выпускающая кафедра	Прикладная математика

Типовые задания для контрольной работы

Задание 1. Простой расчёт доходности и волатильности

Даны дневные цены закрытия акции за 5 дней:

[100, 102, 99, 103, 101] ден. ед.

а) Вычислите логарифмические доходности для каждого дня по формуле:

$$r_t = \ln(P_t / P_{t-1})$$

б) Найдите выборочное среднее и выборочное стандартное отклонение полученных доходностей.

в) Интерпретируйте полученное стандартное отклонение как оценку дневной волатильности.

Задание 2. Биномиальная модель (один шаг)

Цена акции сегодня: $S_0 = 50$.

Через один период цена может:

- вырасти до $S_u = 60$ с вероятностью $p = 0.6$,
- упасть до $S_d = 45$ с вероятностью $1-p = 0.4$.

Рассматривается европейский колл-опцион со страйком $K = 55$, истекающий в конце периода.

а) Каковы выплаты по опциону в каждом из двух состояний?

б) Найдите математическое ожидание выплаты.

в) Если безрисковая ставка $r = 0$, какова справедливая цена опциона сегодня?

Задание 3. Интерпретация статистических свойств

На гистограмме логарифмических дневных доходностей индекса за 2 года видно, что:

- пик распределения выше, чем у нормального закона с той же дисперсией,
- «хвосты» распределения толще (чаще встречаются экстремальные значения).

а) Как называется такое свойство распределения?

б) Какой риск недооценивается, если использовать нормальное распределение для расчёта VaR?

Типовые вопросы и практические задания к экзамену

Сформулируйте развернутые ответы на следующие теоретические вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; привести доказательства основных теорем, продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками):

1. Ключевые объекты и структуры, Финансовый рынок, Рынок производных ценных бумаг. Финансовые инструменты.
2. Гипотеза случайного блуждания и концепция эффективного рынка,
3. Портфель ценных бумаг. Диверсификация Марковитца.
4. Модель ценообразования финансовых активов (CAPM — Capital Asset Pricing Model).
5. Арбитражная теория расчетов (АРТ — Arbitrage Pricing Theory).
6. Роль финансовой теории и финансовой инженерии. Финансовый риск.
7. Страховой бизнес как социальный механизм компенсации экономических потерь.
8. Стохастические модели. Дискретное время. Неопределенность и нерегулярность поведения цен, вероятностное их описание и представление.
9. Разложение Дуба. Канонические представления.
10. Локальные мартингалы, мартингальные преобразования, обобщенные мартингалы.
11. Гауссовские и условно-гауссовские модели.
12. Биномиальная модель эволюции цен.
13. Модели с дискретным вмешательством случая.
14. Линейные стохастические модели: модель скользящего среднего и авотрегрессионная модель.
15. Нелинейные стохастические условно-гауссовские модели.
16. Стохастические модели. Непрерывное время. Негауссовские модели распределений и процессов.
17. Модели со свойствами самоподобия (автомодельности). Фрактальность.
18. Модели, основанные на броуновском движении.
19. Диффузионные модели эволюции процентных ставок, стоимостей акций и облигаций.
20. Статистический анализ финансовых данных. Структурные изменения в сборе и анализе финансовых данных.
21. «Географические» особенности статистических данных обменных курсов.
22. Описание эволюции финансовых индексов как стохастических процессов с дискретным вмешательством случая.
23. Статистика «тиков».
24. Дискретизация статистических данных.
25. Одномерные распределения логарифмов относительных изменений цен. Отклонение от гауссовости. «Вытянутость» эмпирических плотностей.
26. Одномерные распределения логарифмов относительных изменений цен. «Тяжелые хвосты» и их статистика.
27. Одномерные распределения логарифмов относительных изменений цен. Структура распределений в центральной области.
28. Волатильность. Определение и примеры.
29. Периодичность и фрактальная структура волатильности в обменных курсах.

30. Корреляционные свойства.
 31. «Деволатилизация». Операционное время.
 32. Эффекты «кластерности» и последствия в ценах,

Задание 1. Расчёт доходности и волатильности

Даны цены закрытия акции за 6 торговых дней:

День	0	1	2	3	4	5
Цена	100	101,5	99,8	102,3	101,0	103,2

- а) Вычислить логарифмические доходности по формуле:
 $r_t = \ln(P_t / P_{t-1})$ для $t = 1, 2, 3, 4, 5$.
 б) Найти выборочное среднее доходностей \bar{r} .
 в) Найти выборочное стандартное отклонение s — это оценка дневной волатильности.
 г) Пересчитать дневную волатильность в годовую (предполагается 250 торговых дней в году):
 $\sigma_{\text{год}} = s \cdot \sqrt{250}$.

Задание 2. Биномиальная модель (один шаг)

Цена акции сегодня: $S_0 = 80$ ден. ед.

Через 3 месяца цена может:

- вырасти до $S_u = 96$ (коэффициент роста $u = 1,2$),
- упасть до $S_d = 72$ (коэффициент падения $d = 0,9$).

Безрисковая годовая ставка: $r = 8\%$ (непрерывное начисление).

Рассматривается европейский колл-опцион со страйком $K = 85$, истекающий через 3 месяца ($T = 0,25$ года).

- а) Найти выплаты по опциону в двух состояниях:
 $C_u = \max(S_u - K, 0)$, $C_d = \max(S_d - K, 0)$.
 б) Вычислить риск-нейтральную вероятность роста:
 $q = (e^{rT} - d) / (u - d)$.
 в) Найти справедливую цену опциона сегодня:
 $C_0 = e^{-rT} \cdot [q \cdot C_u + (1 - q) \cdot C_d]$.

Задание 3. Простой расчёт риска портфеля (VaR)

Портфель состоит из одного актива стоимостью $V = 1\,000\,000$ ден. ед.

Дневная доходность актива распределена нормально с параметрами:

- среднее $\mu = 0,0002$ (0,02% в день),
- стандартное отклонение $\sigma = 0,015$ (1,5% в день).

а) Найти 95%-й квантиль стандартного нормального распределения: $z_{0,95} \approx 1,645$.

б) Вычислить дневной Value at Risk (VaR) по формуле:

$$\text{VaR} = V \cdot [-\mu + z_{0,95} \cdot \sigma].$$

в) Интерпретировать результат: «С вероятностью 95% потери портфеля за один день не превысят _____ ден. ед.»

Задание 4. Ожидаемая доходность портфеля из двух активов

Даны два актива:

Актив	Доля в портфеле	Ожидаемая доходность (в год)
А	$w_a = 0,6$	$\mu_a = 12\%$
В	$w_b = 0,4$	$\mu_b = 7\%$

Коэффициент корреляции доходностей: $\rho_{a\beta} = 0,3$.

Годовые волатильности: $\sigma_a = 20\%$, $\sigma_b = 15\%$.

а) Найти ожидаемую доходность портфеля: $\mu_p = w_a \cdot \mu_a + w_b \cdot \mu_b$.

б) Найти дисперсию портфеля: $\sigma_p^2 = w_a^2 \cdot \sigma_a^2 + w_b^2 \cdot \sigma_b^2 + 2 \cdot w_a \cdot w_b \cdot \rho_{a\beta} \cdot \sigma_a \cdot \sigma_b$.

в) Найти волатильность портфеля: $\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2}$.

г) Сравнить σ_p с взвешенной средней волатильностью $0,6 \cdot 20\% + 0,4 \cdot 15\%$. Сделать вывод о эффекте диверсификации.