

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Косенок Сергей Михайлович
Должность: ректор
Дата подписания: 11.06.2026 09:22:15
Уникальный программный ключ:
e3a68f3eaa1e62674b1c510990981341616816

Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

Численные методы и математическое моделирование в гидродинамике

Код, направление подготовки	03.03.02 Физика
Направленность (профиль)	Цифровые технологии в геофизике
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Кафедра экспериментальной физики
Выпускающая кафедра	Кафедра экспериментальной физики

Типовые варианты заданий для контрольной работы:

Рассматривается одномерное уравнение теплопроводности (диффузии) на отрезке $x \in [0, L]$:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L, \quad t > 0,$$

с начальным условием

$$u(x, 0) = \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right),$$

и граничными условиями первого рода:

$$u(0, t) = 0, \quad u(L, t) = 0.$$

Параметры задачи: $L = 1, \alpha = 0.1$.

Требуется:

1. Построить явную конечно-разностную схему. Ввести обозначения u_i^n , шаги Δt и Δx . Записать разностное уравнение. Выразить u_i^{n+1} .

2. Получить условие устойчивости фон Неймана для этой схемы. Для $\Delta x = 0.05$ вычислить максимально допустимый шаг по времени Δt_{\max} .

3. Для $\Delta x = 0.05$ и $\Delta t = 0.9 \Delta t_{\max}$ выполнить один шаг по времени вручную. Сетка: $x_i = i \cdot \Delta x, i = 0, 1, \dots, N, N = L/\Delta x = 20$. Начальное условие: $u_i^0 = \sin(\pi x_i/L)$. Вычислить значения u_i^1 для внутренних узлов $i = 1, 2, \dots, 19$. Привести формулы и численные результаты с тремя знаками после запятой (достаточно для $i = 1, 2, 10, 19$).

4. Записать фрагмент кода на Python (с использованием NumPy) для реализации этой схемы на N шагов по времени и построения графика решения в момент $t_{\text{кон}} = 0.5$.

Указания:

- Сетка равномерная.

- Явная схема: $u_i^{n+1} = u_i^n + \gamma(u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n)$, где $\gamma = \alpha \Delta t / (\Delta x)^2$.

- Условие устойчивости: $\gamma \leq 0.5$.

Этап: проведение промежуточной аттестации по дисциплине (зачет)

Типовые вопросы к зачету

1. Классификация уравнений в частных производных гидродинамики: характеристические кривые и собственные значения матрицы коэффициентов
2. Понятие корректно поставленной задачи: начальные и граничные условия для уравнений гидродинамики
3. Обезразмеривание уравнений гидродинамики: основные критерии подобия (числа Рейнольдса, Пекле и др.)
4. Метод конечных разностей: аппроксимация производных, шаблоны, порядок аппроксимации
5. Основные конечно-разностные схемы для уравнений в частных производных (явные, неявные, схемы бегущего счёта)
6. Ошибка усечения, согласованность, устойчивость и сходимость численных схем (теорема Лакса)
7. Метод конечных объёмов: интегральная форма законов сохранения, построение дискретных аналогов
8. Спектральный метод: разложение по ортогональным функциям, преобразование Фурье в гидродинамике
9. Явная и неявная схемы Эйлера для уравнения диффузии: устойчивость, точность, реализация
10. Схема Кранка–Николсон для параболических уравнений: второй порядок по времени и пространству
11. Уравнения Лапласа и Пуассона: дискретизация, пятиточечный шаблон, аналитические решения в прямоугольной области
12. Итерационные методы решения сеточных эллиптических уравнений: Якоби, Гаусс–Зейдель, метод последовательной верхней релаксации (SOR)
13. Численные схемы для уравнения переноса: FTCS (неустойчивость), схема против потока (upwind), метод Лакса–Вендроффа
14. Устойчивость по фон Нейману для гиперболических уравнений: условие Куранта–Фридрихса–Леви (CFL)
15. Уравнение переноса-диффузии: стационарный и нестационарный случаи, схемы центральных разностей и против потока
16. Уравнение Бюргерса: образование ударных фронтов, автомодельные решения, преобразование Коула–Хопфа
17. Уравнение Кортевега–де Фриза (KdV): солитоны, консервативные формы, численное решение спектральным методом
18. Нелинейные схемы для гиперболических уравнений: Лакса–Фридрихса, МакКормака, подход Годунова
19. Уравнения Навье–Стокса: проекционный метод коррекции давления, дискретизация на смещённых сетках